ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Γραμμικά συστήματα, ονομάζονται τα συστήματα που σχηματίζονται από γραμμικές εξισώσεις (δηλαδή από εξισώσεις ευθειών)

Η τυπική μορφή ενός γραμμικού συστήματος 2x2 είναι $\left\{\begin{matrix} \alpha_1 \cdot x + \beta_1 \cdot y = \gamma_1 \\ \alpha_2 \cdot x + \beta_2 \cdot y = \gamma_2 \end{matrix}\right\}$, όπου οι α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ_2 είναι πραγματικοί αριθμοί, x, y οι άγνωστοι.

Μέθοδοι επίλυσης γραμμικών συστημάτων

Α). Μέθοδος αντικατάστασης :

Επιλέγουμε μία από τις δύο εξισώσεις και επιλύουμε ως προς έναν άγνωστο x ή y Αντικαθιστούμε στην άλλη εξίσωση και δημιουργούμε μια απλή εξίσωση με έναν άγνωστο την οποία και επιλύουμε, βρίσκοντας τον έναν άγνωστο. Χρησιμοποιώντας την τιμή του αγνώστου που βρίκαμε στην άλλη εξίσωση, υπολογίζουμε και τον δεύτερο άγνωστο. Άρα έχουμε την λύση του συστήματος.

Β). Πολλαπλασιάζοντας ή διαιρώντας τις γραμμικές εξισώσεις του συστήματος με κατάλληλα επιλεγμένους συντελεστές, δημιουργούμε ισοδύναμο γραμμικό σύστημα με αντίθετους συντελεστές για την μεταβλητή x ή y. Κατόπιν προχωρούμε σε κατά μέλη πρόσθεση των δύο εξισώσεων οπότε απαλείφουμε τον έναν άγνωστο και δημιουργούμε εξίσωση με έναν άγνωστο την οποία και επιλύουμε. Χρησιμοποιούμε την λύση που βρήκαμε για να προσδιορίσουμε και τον άλλο άγνωστο και καταλήγουμε στην λύση του συστήματος.

Γ). Μέθοδος των οριζουσών

Αφού σχηματίσουμε την ορίζουσα των συντελεστών D = $\begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{vmatrix}$, και τις ορίζουσες όλων των άγνωστων D_x = $\begin{vmatrix} \gamma_1 & \beta_1 \\ \gamma_2 & \beta_2 \end{vmatrix}$, D_y = $\begin{vmatrix} \alpha_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \gamma_2 \end{vmatrix}$

Ακολουθεί η παρακάτω διερεύνηση :

$\rightarrow$ Αν D $\neq$ 0: Έχουμε μια λύση για το σύστημα, η οποία είναι

x = $\frac{D_{x_1}}{D}$,, x_2 = $\frac{D_{x_2}}{D}$, δηλαδή λύση του συστήματος (x, y) = $\left(\frac{D_{x_\nu}}{D}, \frac{D_y}{D}\right)$

$\rightarrow$ Αν D = 0 : Το σύστημα είναι αόριστο ή αδύνατο.

α). Αν $D_x \neq 0$ ή $D_y \neq 0$, τι σύστημα είναι ΑΔΥΝΑΤΟ.

β). Αν $D_x = D_y = 0$, το σύστημα είναι ΑΟΡΙΣΤΟ (αναγκαία συνθήκη) Και προχωράμε στην εύρεση της αόριστης λύσης.