ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

1). Να επιλυθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases} 3(2x+4)+4(3y-1)=26 \\ 2x+y-3(x+2y)=-16 \end{cases}$ β). $\begin{cases} \dfrac{x+y}{2}-\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{5}{3} \\ \dfrac{x+y}{3}+\dfrac{x-y}{4}=3 \end{cases}$

γ). $\begin{cases} \dfrac{x+y}{3}+\dfrac{x-y}{4}=\dfrac{5(x-4)}{8} \\ \dfrac{x+y}{4}-\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{6y+3}{12} \end{cases}$ δ). $\begin{cases} \dfrac{3x+2y}{2}=\dfrac{x+4y}{6}+\dfrac{y+2}{1} \\ \dfrac{x+y}{3}-\dfrac{x+5}{2}=2x \end{cases}$

ε). $\begin{cases} \dfrac{x+2y-1}{6}=\dfrac{5x-9y+4}{10} \\ \dfrac{x+4}{3}-\dfrac{5x+4y}{6}=0 \end{cases}$ στ). $\begin{cases} \dfrac{x-3}{2}+\dfrac{2-x}{3}=\dfrac{3y+1}{4} \\ 2(x-2)+3(y-4)=x+y \end{cases}$

ζ). $\begin{cases} \dfrac{1}{3}\cdot\left(2x+y\right)-\dfrac{15-4y}{8}=0 \\ \dfrac{x+y}{2}=\dfrac{3+2y}{3} \end{cases}$ η). $\begin{cases} \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{5} \\ 2x-5y+6z=38 \end{cases}$

2). Να επιλυθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases} 2x+3y-z=4 \\ x-5y+3z=3 \\ 5x+y+z=41 \end{cases}$ β). $\begin{cases} 2x-\dfrac{1}{3}\cdot y+\dfrac{3}{2}\cdot z=10 \\ x+y-z=5 \\ \dfrac{2}{3}\cdot x-\dfrac{1}{6}\cdot y+\dfrac{1}{2}\cdot z=3 \end{cases}$

γ). $\begin{cases} \dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{2} \\ 2x+3y+4z=52 \end{cases}$ δ). $\begin{cases} \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-1}{5} \\ 2x+3y-2z=51 \end{cases}$

ε). $\begin{cases} 2(2x+3y)=3(2x-3y)+10 \\ 4x-3y=4(6y-2x)+3 \end{cases}$ στ). $\begin{cases} (x+1)\cdot(y+2)=(x-1)\cdot(y+3)+5 \\ (2x+1)\cdot(y-1)=(x+3)\cdot(2y-3)+2 \end{cases}$

ζ). $\begin{cases} \dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{4} \\ 2x^2+7y-z^2=78 \end{cases}$ η). $\begin{cases} \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{5} \\ 2x+3y+5z=10 \end{cases}$ ix). $\begin{cases} x^2+x\cdot y=3 \\ y^2+x\cdot y=-2 \end{cases}$

3). Να λυθούν τα κάτωθι συστήματα.

α). $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=13 \\ x+y=97 \end{cases}$, $x\geq 0,\ y\geq 0$ β). $\begin{cases} 2\cdot\sqrt{x}+3\cdot\sqrt{y}=5 \\ 3\cdot\sqrt{x}+5\cdot\sqrt{y}=8 \end{cases}$, $x\geq 0,\ y\geq 0$

γ). $\begin{cases} 3\cdot x^2-y^2=2 \\ 8\cdot x^2-3\cdot y^2=17 \end{cases}$ δ). $\begin{cases} 4\cdot|x|-2\cdot|y|=11 \\ 6\cdot|x|-5\cdot|y|=15{,}5 \end{cases}$

ε). $\begin{cases} \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{13}{6} \\ x+y=5 \end{cases}$, $x\cdot y\neq 0$ στ). $\begin{cases} \dfrac{2x-1}{3}=\dfrac{2y+3}{4} \\ x-y=2 \end{cases}$

4). Να λυθεί το σύστημα. $\left\{ \dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=9,\quad \dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}=15,\quad \dfrac{1}{\gamma}+\dfrac{1}{\alpha}=12 \right\}$

5). Να λυθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases} x\cdot y-x+2\cdot y-2=0 \\ 2x-3y=-1 \end{cases}$ β). $\begin{cases} x\cdot y=3 \\ y\cdot z=1 \\ z\cdot x=27 \end{cases}$

6). Να λυθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases} x^2-y^2=x \\ 2\cdot x\cdot y=-y \end{cases}$ β). $\begin{cases} x^2+x\cdot y=6 \\ 2\cdot x+3y=7 \end{cases}$ γ). $\begin{cases} x^2+x\cdot y=3 \\ y^2+x\cdot y=-2 \end{cases}$

δ). $\begin{cases} x^2+y^2+x\cdot y=3 \\ x+y=1 \end{cases}$ ε). $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=62 \\ x^2-y^2+x-y=50 \end{cases}$ στ). $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=25 \\ \sqrt{x}+3\cdot\sqrt{y}=2 \end{cases}$

7). Να επιλυθεί το σύστημα.

α). $\begin{cases} 3x-11=\sqrt{3y+10} \\ 4x-3y=14 \end{cases}$ β). $\begin{cases} 2x^2+3y^2-4x+y=14 \\ 2y-x=2 \end{cases}$

8). Να λυθεί το σύστημα. $\begin{cases} x^{x+y}=y^{\nu} \\ y^{x+y}=x^{2\nu}\cdot y^{\nu} \end{cases}$, $x\succ 0,\quad y\succ 0,\quad \nu\in N$

9). Να λυθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases} 5x^2+y^2=z \\ x+y+z=a \end{cases}$, $a\in R$ β). $\begin{cases} \lambda\cdot x+y=2 \\ x+y=2\cdot\lambda \end{cases}$

γ). $\begin{cases} \lambda^2\cdot x-\lambda\cdot y=2 \\ \lambda\cdot x-\lambda\cdot y=2\cdot\lambda \end{cases}$, $\lambda\in R$ δ). $\begin{cases} (\alpha-1)\cdot x-\beta\cdot y=2 \\ \alpha\cdot x+y=0 \end{cases}$

ε). $\begin{cases} x+3\cdot y=1 \\ -x+a\cdot y=2 \end{cases}$ στ). $\begin{cases} \lambda\cdot x-y=\lambda-1 \\ \lambda^2\cdot x-2\cdot y=\lambda \end{cases}$, $\lambda\in R$

10).Να λυθούν τα συστήματα:

α). $\begin{cases}(\mu+1)\cdot x+8\cdot y=4\cdot\mu\\ \mu\cdot x+(\mu+3)\cdot y=3\cdot\mu-1\end{cases}$ β). $\begin{cases}(\lambda-1)\cdot x-y=4\cdot\lambda\\ \lambda\cdot x-2\cdot y=4\end{cases}$, $\lambda\in R$

γ). $\begin{cases}(\lambda+3)\cdot x-(\lambda-1)\cdot y=2\cdot\lambda+1\\ (\lambda-2)\cdot x-(\lambda-1)\cdot y=3\cdot\lambda+7\end{cases}$ δ). $\begin{cases}(\lambda+1)\cdot x-3\cdot\lambda^2\cdot y=\lambda\\ x+(\lambda-1)\cdot y=-1\end{cases}$, $\lambda\in R$

στ). $\begin{cases}\lambda\cdot x-2\cdot y=\lambda\\ (\lambda-1)\cdot x-y=1\end{cases}$ ζ). $\begin{cases}(\mu-2)\cdot x+3\cdot\mu\cdot y=-3\\ 3\cdot\mu\cdot x+(\mu-2)\cdot y=\mu-2\end{cases}$

η). $\begin{cases}(\lambda+2)\cdot x-\lambda\cdot y=\lambda+4\\ \lambda\cdot x-y=\lambda+1\end{cases}$ θ). $\begin{cases}\lambda\cdot(\lambda-1)\cdot x+2\cdot\lambda\cdot y=2\\ (\lambda-1)\cdot x+\lambda\cdot y=\lambda\end{cases}$

ιβ). $\begin{cases}(\lambda+1)\cdot x-2\cdot(\lambda-1)\cdot y=3\\ x+3\cdot\lambda y=4\cdot\lambda+5\end{cases}$

11).Να λυθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases}|x|+|y|=4\\ x^2+y^2=10\end{cases}$ β). $\begin{cases}(\lambda+2)\cdot x-\lambda\cdot y=3\cdot\lambda\\ (\lambda-4)\cdot x+(\lambda-1)\cdot y=3\end{cases}$ γ). $\begin{cases}(\lambda+1)\cdot x+(\lambda-2)\cdot y=1\\ (3\lambda-1)\cdot x+(\lambda-1)\cdot y=2\cdot\lambda-4\end{cases}$

12).Να επιλυθεί το σύστημα.

α). $\begin{cases}|2x-3y|=12\\ 3x-2y=6\end{cases}$ β). $\begin{cases}|2x-3y|=12\\ 3x+3y=7\end{cases}$

13).Να λυθεί το σύστημα. $\begin{cases}x^2-5x-6\succ 0\\ \dfrac{x^2-4}{x+3}\le 0\end{cases}$

14).Να λυθεί η ανίσωση: $-3\le\dfrac{x-3}{x+3}\le 3$

15).Να λυθεί το σύστημα.

α). $\begin{cases}\dfrac{|x|}{3}=\dfrac{|y|}{4}=\dfrac{|z|}{9}\\ x^2+y^2+z^2=106\end{cases}$ β). $\begin{cases}\dfrac{x-y}{4}=\dfrac{y-z}{3}=\dfrac{x-z}{5}\\ (x-2z)^2+(y-2z)^2+(x-2z)^2=7\end{cases}$

16). Να βρεθούν τα x, y ∈ R, ώστε: $(2\cdot x-3\cdot y+1)^2+(3\cdot x-5\cdot y+2)^2=0$.

17).Αν α + β + γ = 0 και γ ≠ 0, Να δειχθεί ότι το σύστημα:

$\begin{cases}\alpha\cdot x-\beta\cdot y=k\\ (\beta^2-3\cdot\alpha\cdot\gamma)\cdot x+\alpha^2\cdot y=\lambda\end{cases}$, Έχει πάντα μια μοναδική λύση.

18).Να επιλυθεί και να διερευνηθεί το σύστημα.

α). $\begin{cases} (\lambda-1)^2\cdot x+(\lambda^2-1)\cdot y=(\lambda+1)^2 \\ (2\lambda-1)\cdot x+(\lambda+1)y=\lambda^2-1 \end{cases}$ β). $\begin{cases} \lambda\cdot\sqrt{x}+2\cdot\sqrt{y}=\lambda \\ 2\cdot\sqrt{x}+2\cdot\sqrt{y}=2 \end{cases}$

19).Να βρεθούν τα α, β $\in$ R, ώστε το παρακάτω σύστημα να είναι αόριστο.

i). $\begin{cases} \alpha\cdot x-y=-1 \\ (\beta-1)\cdot x+2\cdot y=\alpha \end{cases}$ ii). $\begin{cases} (\alpha+2)\cdot x-4\cdot y=\alpha+\beta \\ (5\cdot\alpha+1)\cdot x-8\cdot y=2-8\cdot\beta \end{cases}$

20).Να επιλυθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases} 2x+3y-z=4 \\ x-5y+3z=3 \\ 5x+y+z=41 \end{cases}$ β). $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{3z}{4}=\dfrac{19}{4} \\ \dfrac{5x}{6}+y+\dfrac{z}{2}=9 \\ y-15x+6\cdot|z|=-33 \end{cases}$

21).Να επιλυθούν και να διερευνηθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases} |x|-3\cdot|y|+3\cdot|z|=-3 \\ 2\cdot|x|+|y|-|z|=5 \\ 3\cdot|x|-2\cdot|y|-|z|=1 \end{cases}$ β). $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y+1}+\sqrt{z+2}=6 \\ -\sqrt{x}+2\cdot\sqrt{y+1}+3\cdot\sqrt{z+2}=12 \\ 2\cdot\sqrt{x}-\sqrt{y+1}-\sqrt{z+2}=-3 \end{cases}$

22).Να λυθεί το σύστημα. $\begin{cases} \begin{vmatrix} x+y & x-y \\ 3 & -2 \end{vmatrix}=\lambda \\ \begin{vmatrix} \dfrac{x}{2} & y \\ 2 & -6 \end{vmatrix}=1 \end{cases}$

23).Αν ισχύει $(x-5\cdot y-1)^2+(3\cdot x-15\cdot y-3)^2=0$. Να προσδιορισθούν οι αριθμοί x, y $\in$ R.

24).Το άθροισμα των ψηφίων ενός αριθμού διψήφιου είναι 14, αν εναλλάξουμε την θέση των δυο ψηφίων παίρνουμε έναν αριθμό που είναι κατά δεκαοκτώ μονάδες μικρότερος. ποιος είναι ο αριθμός;

25).Ένα ξενοδοχείο έχει συνολικά 26 δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια, Στα οποία υπάρχουν 68 κρεβάτια. Να βρείτε ποσά δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια έχει το ξενοδοχείο.

26).Να λυθούν τα κάτωθι συστήματα

i). $\begin{cases} y=3\cdot x^2 \\ 12\cdot x-3\cdot y=4 \end{cases}$ ii). $\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ x-y=8 \end{cases}$ iii). $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x\cdot y=2 \end{cases}$

iii). $\begin{cases} x^2+y^2+x\cdot y=3 \\ x+y=1 \end{cases}$ iv). $\begin{cases} 2\cdot x\cdot y-y^2-5\cdot y=0 \\ y=x^2-4\cdot x+3 \end{cases}$

v). $\begin{cases} x^2+y^2+5=4\cdot x+3\cdot y \\ x+2\cdot y=5 \end{cases}$ vi). $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=62 \\ x^2-y^2+x-y=50 \end{cases}$

vii). $\begin{cases} (x+y)^2-12\cdot(x+y)+35=0 \\ x-y=1 \end{cases}$ viii). $\begin{cases} x+y-2z=5 \\ 5x+z=1 \\ 2x^2+xy+z^2-3z=12 \end{cases}$

ix). $\begin{cases} x^3+y^3=35 \\ x\cdot y\cdot(x+y)=30 \end{cases}$ x). $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=8 \\ x^2-y^2+3\cdot x-y=8 \end{cases}$

xi). $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x\cdot y=2 \end{cases}$ xii). $\begin{cases} x+x\cdot y+y=11 \\ x^2\cdot y+x\cdot y^2=30 \end{cases}$

27).Να βρείτε τα α, β της παραμετρικής συνάρτησης f(x) = $\dfrac{\alpha\cdot x+2}{x+\beta}$

Ώστε να ισχύει f(1) = –1 και f(4) = –3.