ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ – ΠΡΑΞΕΙΣ

1). Να απλοποιηθεί η παράσταση:

α). $\dfrac{x^3-9x+2x^2-6}{x^2-3x}$ β). $\dfrac{x^4-x^2+x-1}{x^2-x}$ γ). $\dfrac{x^2+3\cdot x-4}{x^2-4\cdot x+3}$ δ). $\dfrac{x^3-9\cdot x}{4\cdot x^2-36}$

2). Να εκτελεστούν οι πράξεις

α). $\dfrac{\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{x}{x+1}}{\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{x}{x+1}}+\dfrac{1}{x^2-1}$ β). $\dfrac{1-\dfrac{1}{x+1}}{1+\dfrac{x}{x-1}}+\dfrac{x}{x+1}$ γ). $\dfrac{1-\dfrac{2}{x-1}}{1+\dfrac{x}{x+1}}+\dfrac{x}{x-1}$

ΔΥΝΑΜΕΙΣ

2). Να γίνουν οι πράξεις:

α). $(-2)^3\cdot(-2)^5\cdot(-2)^4\cdot(-2)^{-2}$ β). $(-x)^3\cdot(x^3)^5\cdot(x^{-5})^4\cdot(x)^{-2}$

γ). $(3\cdot x)^4\cdot(x^3)^2\cdot(x^3)^{-1}\cdot(3\cdot x)^{-2}$ δ). $(x\cdot y)^2\cdot(x^{-2})^3\cdot(y\cdot x^3)^5\cdot(y^2\cdot x^{-5})^4\cdot(-x)^3$

3). Να γίνουν οι πράξεις:

α). $\left(\dfrac{2\cdot a^3\cdot\beta^{-2}}{3\cdot a\cdot\beta^{-3}}\right)^{-3}$ β). $\left(\dfrac{a^3\cdot\beta^2}{a^4\cdot\beta^3}\right)^2$ γ). $\left(\dfrac{a^2}{\beta}\right)^2\cdot\left(\dfrac{a}{\beta^3}\right)^3.$ δ). $\dfrac{a^6\cdot\beta^3\cdot a^4}{a^2\cdot\beta^2\cdot a^{-2}}\cdot\left(\dfrac{a}{\beta}\right)^{-2}$

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

1). Να δειχθεί η ταυτότητα του Langrange:

α). $(\alpha^2+\beta^2)\cdot(x^2+y^2)-(\alpha\cdot x+\beta\cdot y)^2=(\alpha\cdot y-\beta\cdot x)^2$.

β). $(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\cdot(x^2+y^2+z^2)-(\alpha\cdot x+\beta\cdot y+\gamma\cdot z)^2=(\alpha\cdot y-\beta\cdot x)^2+(\alpha\cdot z-\gamma\cdot x)^2+(\beta\cdot z-\gamma\cdot y)^2$.

2). Να δειχθεί η ταυτότητα του De Moivre

$\alpha^4+\beta^4+\gamma^4-2\cdot(\alpha^2\cdot\beta^2+\beta^2\cdot\gamma^2+\gamma^2\cdot\alpha^2)=(\alpha+\beta+\gamma)\cdot(\alpha-\beta+\gamma)\cdot(\alpha+\beta-\gamma)\cdot(\alpha-\beta-\gamma)$.

3). Να δειχθεί η ταυτότητα

α). $(x+\alpha)\cdot(x+\beta)\cdot(x+\gamma)=x^3+(\alpha+\beta+\gamma)\cdot x^2+(\alpha\cdot\beta+\alpha\cdot\gamma+\beta\cdot\gamma)\cdot x+\alpha\cdot\beta\cdot\gamma$.

β). $(x+y+z+\omega)^2+(x+y-z-\omega)^2+(x-y+z-\omega)^2+(x-y-z+\omega)^2=4\cdot(x^2+y^2+z^2+\omega^2)$.

4). Να δειχθεί η ταυτότητα (Euler):

$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3-3\cdot\alpha\cdot\beta\cdot\gamma=(\alpha+\beta+\gamma)\cdot(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\cdot\beta-\beta\cdot\gamma-\gamma\cdot\alpha)=$

$=\dfrac{1}{2}\cdot(\alpha+\beta+\gamma)\cdot[(\alpha-\beta)^2+(\beta-\gamma)^2+(\gamma-\alpha)^2]$.

5). Αν $(\alpha+\beta+\gamma)^2=3\cdot(\alpha\cdot\beta+\beta\cdot\gamma+\gamma\cdot\alpha)$ και $\gamma=3$ τότε να δείξετε ότι $\alpha=\beta=3$.

6). Αν $x=\alpha^2-\beta\cdot\gamma$ και $y=\beta^2-\alpha\cdot\gamma$, και $\omega=\gamma^2-\alpha\cdot\beta$.

Να δείξετε ότι $(\alpha\cdot x+\beta\cdot y+\gamma\cdot\omega)=(\alpha+\beta+\gamma)\cdot(x+y+\omega)$.

7). Αν δύο από τους αριθμούς $x, y, z\in R^*$ είναι αντίθετοι, να δειχθεί ότι: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{x+y+z}$.

8). Αν α, β είναι διαδοχικοί ακέραιοι, να αποδειχθεί ότι το $\alpha^2+\beta^2+\alpha^2\cdot\beta^2$ είναι τετράγωνο ακεραίου.

9). Να αποδείξετε ότι στο γινόμενο τεσσάρων διαδοχικών ακεραίων αν προστεθεί η μονάδα. Ο αριθμός που προκύπτει τετράγωνο ακεραίου.

10). Αν α, β, γ είναι πλευρές τρίγωνου τέτοιες ώστε να ισχύει: $[\alpha + \beta + \gamma]\cdot\left[\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right] = 9$.

Να δειχθεί ότι το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

11). Να δειχθούν οι κάτωθι ταυτότητες:

α). $\alpha \;\; - \beta \;\; + 2\beta\cdot(\alpha \;\; + \beta\ ) - (\alpha + \beta)\cdot(\alpha - \beta) \;\; = 2\alpha\cdot\beta\cdot(\alpha + \beta)$.

β). $(x + y) \;\; + 4xy(x \;\; - y\ ) = (x - y \;\; + 2xy)$.

γ). $\alpha\cdot\beta\cdot(\alpha - \beta) + \beta\cdot\gamma\cdot(\beta - \gamma) + \gamma\cdot\alpha\cdot(\gamma - \alpha) = -(\alpha - \beta)\cdot(\beta - \gamma)\cdot(\gamma - \alpha)$.

12). Αν $\alpha \;\; + \beta \;\; = 1$, Να δειχθεί ότι: $(3\alpha - 4\alpha\ )^2 \;\; + (3\beta - 4\beta)^2 \;\; = 1$.

13). Αν $\alpha + \beta + \gamma = 0$, Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση:

$A = (\alpha\cdot\kappa + \beta\cdot\lambda)^3 + (\beta\cdot\kappa + \gamma\cdot\lambda)^3 + (\gamma\cdot\kappa + \alpha\cdot\lambda)^3$.

14). Αν $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 = 3$ να δειχθεί ότι: $a^3+\frac{1}{a^3} = 0$.

ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

1). Να γίνουν γινόμενο παραγόντων οι παραστάσεις:

α). $9\cdot x^2 - 4\cdot y^2$ β). $x^4 - y^4$

γ). $4\cdot x^3 - x$ δ). $3\cdot x^4 - 12\cdot x^2$

ε). $x^3 - x^2 + x - 1$ στ). $x^3 - 5\cdot x^2 + 3\cdot x - 15$

ζ).$(x + 1)^2 - y^2$ θ). $8\cdot x^3 - 27\cdot y^3$

i). $64\cdot x^4 - 4\cdot y^4$ ια). $x^3 - x\cdot\alpha^2$

iβ). $x^2 - 2\cdot\alpha\cdot x + \alpha^2$ ιγ). $x^2 - (\alpha + \beta)\cdot x + \alpha\cdot\beta$

iα). $x^3 - \alpha x^2 + \alpha^2\cdot x - \alpha^3$ ιδ). $(x - \alpha)^3 - (x - \alpha)^2 - (x - \alpha)$

iε). $x^3 + 3\cdot x^2 - x - 3$ ιστ). $(x + 1)^3 - 4\cdot(x + 1)$

2). Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις

α). $x^5 - 16\cdot x\cdot y^4$ β). $\alpha^3 - 8\cdot\beta^3$ γ). $x^3 + 64$

δ). $x^3 - 8\cdot y^3\cdot\omega^3$ ε). $\alpha^3\cdot x + 8\cdot\alpha^3\cdot y$ στ). $125\cdot x^3 + 27$

ζ). $81\cdot\alpha^2 - (2\cdot\alpha - 3\cdot x)^2$ η). $x^2 - y^2 - 2\cdot\alpha\cdot y - \alpha^2$

θ). $16\cdot\alpha^4 - 17\cdot\alpha^2 + 1$ i). $3\cdot x^2 - 6\cdot x\cdot y + 3\cdot y^2 - 27\cdot\omega^2$

iα). $4x^4 - x^2 - 2x - 1$ iβ). $(\alpha + \beta)^3 + (\alpha - \beta)^3$

iγ). $(\alpha^2 + \alpha\cdot\beta + \beta^2)^2 - (\alpha^2 - \alpha\cdot\beta + \beta^2)^2$

3). Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

$25 - \alpha^2\cdot\beta^2$	$64 - \alpha^4$	$\alpha^8 - 256$
$81\cdot x^4 - 16\cdot y^4$	$4\cdot\alpha^2\cdot\gamma - 9\cdot\gamma^3$	$3\cdot\alpha^2 - 27$
$2\cdot x^3 - 2\cdot x$	$(12\cdot\alpha - 3\cdot\beta)^2 - 4\cdot\beta^2$	$27\cdot\alpha^3 - 64\cdot\beta^3$
$(x - 3\cdot y)^2 - 16\cdot y^2$	$(\alpha - 3\cdot\beta)^2 - (\delta - 2\cdot\gamma)^2$	$(\alpha - 2\cdot\beta)^2 - (3\cdot\alpha - \beta)^2$
$x^2 - \alpha^2 - x + \alpha$	$x^3 - x\cdot y^2 - x^2 + x\cdot y$	$\alpha^3 + 8\cdot\beta^3$
$27\cdot\alpha^3 - 64\cdot\beta^3$	$12\cdot x^2 - x - 6$	$10\cdot x^2 + 9\cdot x + 2$
$x^2 - 8\cdot x + 15$	$9\cdot x^2 - y^2 + 2\cdot x\cdot y$	$4\cdot\alpha^2 - 4\cdot\alpha\cdot\beta + \beta^2 - 9\cdot\alpha^2\cdot\beta^2$

4). Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

α). $(\alpha + \beta)\cdot(3\cdot\alpha^{\nu} - 2\beta^{\nu}) + (3\cdot\alpha + \beta)\cdot(2\cdot\beta^{\nu} - 3\cdot\alpha^{\nu})$.

β). $(2\cdot\alpha - 3\cdot\beta)^3 - (8\cdot\alpha^3 + 27\cdot\beta^3)$.

γ). $(\alpha + \beta)^3 + (\alpha - \beta)^3 - 2\cdot(\alpha^3 + \beta^3)$.

δ). $\alpha^3 + \beta^3 - \alpha^2\cdot\beta - \alpha\cdot\beta^2 - \alpha - \beta$.

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

1). Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $2\cdot(x + 1) - 3\cdot(x + 3) - x + 4 = 0$

β). $3\cdot(x - 1) - 2\cdot(3\cdot x + 1) - (x + 4) - 1 = 0$

γ). $(x + 1)^2 - (3x + 2) - (x + 1)^2 - 4 = 0$

δ). $(x - 1)^2 - 2\cdot(x - 1) - 2\cdot(x + 1) - x^2 = 0$

ε). $x - x\cdot(x + 3) - 2\cdot x + 3 - (x+1) + x^2$

στ). $2\cdot(x + 2)^2 - 3\cdot(x - 2)^2 + x\cdot(x - 6) + 1 = 0$

2). Να λυθούν οι ανισώσεις:

α). $\frac{-x+1}{2} - \frac{2x+3}{4} \prec -\frac{x}{6}$ β). $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - \frac{x}{6} \geq 0$ γ). $x - \frac{1}{3} \leq \frac{x}{3} - 1$

3). Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $(x + 1)^2 - (x + 3) - x + 4 = (x + 3)^2$

β). $(2\cdot x - 1)^2 - 2\cdot(x + 1) - (3x + 1) = 4 + x\cdot(x + 2)$

γ). $5\cdot(x + 1) - (x + 5) - (x + 1)^2 - 1 = x\cdot(3 - x)$

δ). $x - 2\cdot(x - 1) - 2\cdot(x + 1) - x = x + 3$

ε). $x^2 - x\cdot(x + 3) - 2\cdot x + 3 = (x+1)\cdot x$

στ). $2\cdot(3\cdot x + 2) - 3\cdot(x + 2) + x\cdot(x - 6) + 1 = x^2$

4). Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $\frac{x-2}{10} - \frac{2\cdot x-3}{5} = \frac{1}{20} - \frac{5-x}{4}$ β). $\frac{x-1}{3} - \frac{x+1}{2} = 2 - \frac{x}{6}$

γ). $\frac{x-2}{3} - \frac{1-3\cdot x}{4} = x - \frac{x-1}{12}$ δ). $\frac{x+2}{3} + \frac{x+3}{2} = \frac{x-2}{6} - \frac{x-5}{3}$

5). Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $(3\cdot x + 1)\cdot(2\cdot x - 1)\cdot(2 - x) = 0$ β). $(3\cdot x + 3)\cdot(x + 4)\cdot(2 - 5\cdot x) = 0$

γ). $(4\cdot x^2 - 25)\cdot(x + 1) = (x + 1)^2\cdot(2\cdot x - 5)$ δ). $(x + 1)^2 - 4\cdot x^2 - 4\cdot x = 0$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΜΕ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ EULER

1). Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $(x - 1)^3 + (x - 2)^3 + (3 - 2x)^3 = 0$.

β). $(x - 2)^3 + 8\cdot(x - 1)^3 - (3x - 4)^3 = 0$.

γ). $(x - 2)^3 + (x + 1)^3 + 8\cdot(x + 2)^3 = 6\cdot(x - 2)\cdot(x + 1)\cdot(x + 2)$.

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΜΕ ΡΙΖΕΣ

1). Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $\sqrt{x+5} = \sqrt{2x-3}$ β). $\sqrt{-5x+4} = \sqrt{x-6}$ γ). $\sqrt{-3x+5} = \sqrt{x+7}$

δ). $\sqrt{x+3} = \sqrt{2x-1}$ ε). $4 - \sqrt{x-2} = 0$ στ). $\sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3}$

2). Να λυθούν οι εξισώσεις

α). $\sqrt{x+5} = 3x-2$ β). $\sqrt{2x+1} = -\sqrt{x-3}$ γ). $x + \sqrt{x^2-2x} = 5$

3). Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $x^5 - 8\cdot x^2 = 0$ β). $x^4 + x = 0$ γ). $x^5 - 16\cdot x = 0$

δ). $x^5 - 32 = 0$ ε). $x^{10} - x^3 = 0$ στ). $x^5 + 8\cdot x = 0$.

ζ). $x^6 - 81\cdot x^2 = 0$ η). $64\cdot x^8 + x^2 = 0$. θ). $x^4 - \frac{1}{x^2} = 0,\ \ x \neq 0$

4). Να λυθεί η εξίσωση:

i). $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = 1 + \frac{4}{x-1}$. ii). $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = 1 + \frac{2}{x-1}$.

ΑΠΟΛΥΤΑ

1). Αν ισχύει ότι $\alpha < x < \beta$.
Να δειχθεί ότι: $\big|\,|\alpha - x| - |\beta - x|\,\big| = |\alpha + \beta - 2\cdot x|$.

2). Αν ισχύει ότι $x < \alpha < \beta$ ή $\alpha < \beta < x$.
Να δειχθεί ότι: $\big|\,|\alpha - x| - |\beta - x|\,\big| = |\alpha - \beta|$.

3). Να δειχθεί ότι:

α). $\left|x + \frac{1}{x}\right| = |x| + \frac{1}{|x|}$ β). $|x| \prec \left|x + \frac{1}{x}\right|$ γ). Αν $|x| > 1$, τότε ισχύει: $\left|x + \frac{1}{x}\right| \prec |x| + 1$.

4). Να δειχθεί ότι $\forall x \neq 0$ ισχύει $\left(\frac{x}{|x|} - 1\right)\cdot\left(|x| + x\right) = 0$.

5). Τι σημαίνει για τους x, y, z η ανισότης $|x| + |y| + |z| \geq 0$.
και τι η ισότητα.

6).Να αποδειχθεί ότι: $|\alpha\cdot\beta| + \alpha\cdot\beta \geq |\alpha|\cdot\beta + \alpha\cdot|\beta|$.

7). Αν $-1 < x < 1$ και $-1 < y < 1$, να αποδειχθεί ότι: $\left|\frac{x+y}{1+x\cdot y}\right| \prec 1$.

8). Αν ισχύει ότι $|x - y| < \alpha$ και $|y - \omega| < \alpha$, να δειχθεί ότι: $|x - \omega| < 2\cdot\alpha$.

9). Να αποδειχθεί ότι, αν $x\cdot y \neq 0$, θα είναι: $\left|\frac{x}{y}\right| + \left|\frac{y}{x}\right| \geq 2$.

10).Να εξετάσετε πότε ισχύει η ισότητα: $|x + y| = |x| + |y|$.

11).Να δείξετε ότι: $\big|\alpha - |\alpha|\,\big| = \big|\alpha + |\alpha|\,\big| \Rightarrow \alpha = 0$.

12).Αν α, β ≠ 0, Να δειχθεί ότι: $\left|\dfrac{\alpha \cdot |\beta| - \beta \cdot |\alpha|}{\alpha \cdot \beta}\right| = 2 \Leftrightarrow$ α, β ετερόσημοι.

13).Αν x, y, z ∈ Z^*, να δειχθεί ότι: $\left|\dfrac{x}{y}\right| + \left|\dfrac{y}{z}\right| + \left|\dfrac{z}{x}\right| \leq\ < |x| + |y| + |z|$.

14).Να δειχθεί ότι αν ισχύει: $\big||\alpha - \beta| - |\alpha + \beta|\big| = 2|\beta|$, τότε $|\alpha| \geq |\beta|$.

15).Να αποδειχθεί ότι ισχύει:
$|x| + |y| + |z| \leq |x + y - z| + |x - y + z| + |-x + y + z|$.

16).Αν α ∈ R και $\left|\dfrac{a+16}{a+1}\right| = 4 \Rightarrow |\alpha| = 4$

17).Αν α ∈ R και $\left|\dfrac{a+25}{a+1}\right| = 5 \Rightarrow |\alpha| = 5$

18).Αν $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Rightarrow \dfrac{|\alpha| \cdot \beta + |\beta| \cdot \alpha}{|\alpha \cdot \beta|} = 2 \Rightarrow \alpha \cdot \beta > 0$

19).Αν $|\alpha| < 1$ και $|\beta| < 1 \Rightarrow \left|\dfrac{\alpha \cdot \beta}{1 + \alpha \cdot \beta}\right| < 1$.

20).Αν $x = \dfrac{\alpha}{|\alpha| + |\beta|}$ και $y = \dfrac{\beta}{|\alpha| + |\beta|}$, να δειχθεί ότι ισχύει: $|x| + |y| = 1$.

21).Αν x, y, z ∈ R_+ Και $|5 \cdot \alpha - 4 \cdot \beta| \leq x$, $|5 \cdot \beta - 4 \cdot \gamma| \leq y$ και
$|5 \cdot \gamma - 4 \cdot \alpha| \leq z$, Να δειχθεί ότι $|\alpha + \beta + \gamma| \leq x + y + z$.

22).Αν οι αριθμοί α, β είναι ομόσημοι, να δειχθεί ότι ισχύει:
$|\alpha| - \beta| < |\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$.

23).Αν α, β, γ ∈ Z^*, Να δειχθεί ότι ισχύει η σχέση:
$|\alpha| + |\beta| + |\gamma| < |\alpha \cdot \beta| + |\beta \cdot \gamma| + |\gamma \cdot \alpha| < 3 \cdot |\alpha \cdot \beta \cdot \gamma|$.

24).Για κάθε α, β, x, y ∈ R. Με $|\alpha| > |\beta|$, Να δειχθεί ότι:
ισχύει: $|\beta \cdot x + \alpha \cdot y| < |\beta \cdot y + \alpha \cdot x| \Rightarrow |x > |y|$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΠΟΛΥΤΑ

1). Να λυθούν οι εξισώσεις

α). $|x| = 2$, β). $|x| = 0$ γ). $|x| = -1$

γ). $2 - |1 - 3 \cdot x| = 1$ δ). $|4 - 3 \cdot x| \geq 5$

2). Να λυθούν οι εξισώσεις και ανισώσεις:

α). $|x + 2| = 2$ β). $|x - 3| = 2$ γ). $\big||x| - 2\big| = 1$ γ). $|x + 2| \leq 2$

δ). $|x - 3| \geq 2$ ε). $\big||x| - 2\big| < 1$ στ). $|x - 1| < 1$ ζ). $|2 \cdot x + 1| > -2$ η). $|x + 1| \leq -2$

3). Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $|x| + 5\cdot(4 - |x|) = 3\cdot(|x| + 2) - 1$ β). $|x+1| + 2\cdot(2 - 3\cdot|x+1|) = 3\cdot|x+1| - 2$

γ). $\frac{|x-1|+2}{4} - \frac{2}{3} \prec \frac{|x-1|+2}{2}$ δ). $\frac{|x|+1}{2} - \frac{2\cdot|x|}{3} \succ \frac{1-|x|}{3}$.

4). Να λυθούν οι ανισώσεις:

α). $|x+1| \le 2$ β). $|x+1| \ge 2$

γ). $\frac{|x-1|-4}{2} + \frac{5}{3} \prec \frac{|x-1|}{3}$ δ). $\frac{|x+2|-2}{2} + \frac{1-|x+2|}{5} \prec \frac{|x+2|}{4} + 1$

5). Να λυθούν οι ανισώσεις:

α). $2\cdot|x+1| - 2\cdot|x-2| < 10$ β). $2\cdot|x-5| + |5-x| - 2\cdot x > 4\cdot|1-x|$

γ). $|x-1| + |x| + |x-2| \ge 0$ δ). $2\cdot|x-8| = \frac{|x-8|}{3} + 5$.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

1). Να διερευνιθούν οι παραμετρικές εξισώσεις:

α). $(2x + \lambda)\cdot\lambda - 3\cdot\lambda\cdot x = (\lambda - 3)^2 + 3\cdot(x - 3)$. β). $(x - \lambda)\cdot\lambda + 2\cdot(x - 2) = \lambda^2 + 4$.

γ). $(2\cdot\lambda - 3\mu)\cdot x = 2\cdot\lambda^2 - (2\cdot\lambda + 3\cdot\mu)\cdot x$. δ). $(x + \lambda)\cdot(\mu\cdot x + 1) = \lambda\cdot(\mu + 1) + \mu^2\cdot x + \lambda^2\cdot\mu^2$.

ε). $(x - \lambda)\cdot(2x - \mu^2) = (x - \mu)\cdot(2x - 1)$. στ). $\lambda\cdot(2\cdot x + \lambda) - \mu(x - \mu) = 3\cdot\lambda\cdot x + (\lambda - \mu)^2$

2). Να λυθούν οι κάτωθι ανισώσεις:

α). $\lambda^2 + 2 = \lambda^2 - 5\cdot\lambda\cdot x - 2\cdot(1 + 3x)$. β). $(\lambda - 2\cdot\mu)\cdot(\lambda - 3)\cdot x = \lambda\cdot(\lambda - 2\cdot\mu)$.

3). Να λυθούν οι κάτωθι εξισώσεις:

α). $(\lambda^2 + 4\cdot\lambda)\cdot x = 3\cdot\lambda - (\lambda - 4\cdot\lambda)\cdot x - 4$ β). $\lambda^2\cdot x - 1 = x + \lambda$.

γ). $\frac{x+a}{x-\beta} - \frac{x-a}{x+\beta} = \frac{2(a+\beta)^2}{x^2-\beta^2}$

4). Να λυθούν και να διερευνιθούν οι παραμετρικές εξισώσεις:

α). $\frac{\alpha^2}{(x-\alpha)^2} - \frac{\beta^2}{(x-\beta)^2} = 0 = 0$, με $|\alpha| \neq |\beta|$ β). $\frac{4\lambda x+1}{\mu} - 3 = \frac{3x}{\mu} + 2$

γ). $3\cdot\lambda\cdot x + \lambda^2 = \lambda\cdot(\lambda + 2) + 3\cdot(1 + \mu\cdot x) - 7$. δ). $\lambda\cdot(\lambda^2 - 1)\cdot x - 2 = \lambda - 3$.

ε). $(\lambda^2 + 1)\cdot x = \lambda\cdot(\lambda + 1)\cdot(\lambda + 2)$. στ). $3\cdot(\lambda + 1)\cdot x + 4 = 2\cdot x + 5\cdot(\lambda + 1)$

5). Να αποδειχθεί ότι για όλους τους αριθμούς $\alpha, \beta \in R$ η εξίσωση $(x + \alpha)^2 - (x - \beta)^2 = 2\cdot\alpha\cdot(\alpha + \beta)$. Έχει λύση.

6). Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $\lambda^2\cdot x - 5\lambda + 2x = 3\lambda x + 10$. β). $\lambda x = \lambda^2 - 3\lambda + 2 + x$. γ). $\mu^2\cdot x - 2(\mu + 3)\cdot x = 5\mu^2 - 10\mu$.

ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

1). Να αποδείξετε ότι : α). $\left(\frac{5}{7}\right)^3 + \left(\frac{6}{7}\right)^3 \prec 1$ β). $5^{100} + 6^{100} < 7^{100}$.

2). Να συγκρίνετε τους αριθμούς: α). 4^{140} και 5^{120} β). $0{,}28^{50}$ και $0{,}42^{30}$.

3). Αν $\alpha > 2$ και $\beta > 2 \Rightarrow \alpha \cdot \beta > \alpha + \beta$.

4).Αν α, β θετικοί αριθμοί να συγκρίνετε τους αριθμούς:

i). $4 \cdot \alpha^3 + \alpha^2 \cdot \beta$ και $5 \cdot \alpha^2 \cdot \beta - \alpha \cdot \beta^2$. ii). $\frac{\alpha - 2}{\beta}$ και $\frac{2-\beta}{\alpha} - \frac{2}{\alpha \cdot \beta}$

5). Αν $\alpha, \beta, \gamma \in (0, 1)$. Τότε ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις.

α). $(1-\alpha)\cdot(1-\beta) > 1 - \alpha - \beta$. β). $(1-\alpha)\cdot(1-\beta)\cdot(1-\gamma) > 1 - \alpha - \beta - \gamma$.

6). Αν $\alpha, \beta \in R$ Να δειχθεί ότι: i). $\frac{a\beta}{a+\beta} \le \frac{a+\beta}{4}$

ii). Αν $\alpha, \beta, \gamma \in R$ και $\alpha \le 2, \beta \le 2, \gamma \le 2$ τότε ισχύει ότι: $\frac{a\beta}{a+\beta} + \frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma} + \frac{a\gamma}{a+\gamma} \le 3$

7). Αν $\alpha > 0$. Να αποδείξετε ότι: α). $\frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha}} \ge 2$ β). $\frac{10^{\nu}}{\sqrt{9^{\nu}}} \ge 2$.

8). Να αποδειχθεί ότι: α). $(\alpha^2 + \beta^2)\cdot(\gamma^2 + \delta^2) \ge (\alpha\cdot\gamma + \beta\cdot\delta)^2$.

β). $-1 \le \frac{\alpha\gamma + \beta\delta}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\cdot\sqrt{\gamma^2+\delta^2}} \le 1$.

9). Αν $\alpha \cdot \beta > 0$, τότε $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \ge 2$.

10). Αν $\alpha \cdot \beta < 0$, τότε $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \le -2$.

11). Αν $\alpha + \beta + \gamma = 0$, τότε $\alpha\cdot\beta + \beta\cdot\gamma + \gamma\cdot\alpha \le 0$.

12). Αν οι αριθμοί α, β είναι θετικοί με $\alpha > \beta$. να δειχθεί ότι: $\frac{\sqrt{\alpha-\beta}}{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha-\beta}}$.

13). Για κάθε $\alpha, \beta \in R$ ισχύει $\alpha^4 + \beta^4 \ge \alpha^3\cdot\beta + \alpha\cdot\beta^3$.