ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - 2ου ΒΑΘΜΟΥ – ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1). Να λυθούν οι εξισώσεις:
α). $x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$ β). $4x^2 - 2\cdot(\sqrt{3}+1)x + \sqrt{3} = 0$
γ). $x^2 + (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$ δ). $x^2 - 2\cdot\sqrt{5}\cdot x + 5 = 0$
ε). $x^2 - 4(\sqrt{2} + \sqrt{3})x + 15 + 6\cdot\sqrt{6} = 0$ στ).$(2 + \sqrt{3})\cdot x^2 - (2\cdot\sqrt{3} + 1)\cdot x - (\sqrt{3} - 1) = 0$
η). $x^2 + (3 - 2\cdot\sqrt{2})\cdot x + (4 - 3\cdot\sqrt{2}) = 0$

2). Να λυθούν οι εξισώσεις:
α). $1 - \dfrac{x^2}{x-1} = \dfrac{1}{1-x} - 6$ β). $\dfrac{x+5}{x-5} + \dfrac{x-5}{x+5} = \dfrac{10}{3}$

3). Να λυθούν οι εξισώσεις και να παραγοντοποιηθούν τα τριώνυμα τους:
α). $-x^2 - 3\cdot x + 4 = 0$ β). $2\cdot x^2 - 3\cdot x + 1 = 0$ γ). $2x^2 - 5\cdot x + 2 = 0$
δ). $x^3 - 7\cdot x^2 + 6\cdot x = 0$ ε). $x^2 - 6\cdot x + 9 = 0$ στ). $2\cdot x^2 - 5\cdot x + 3 = 0$
ζ). $3\cdot x^2 - 5\cdot x + 2 = 0$

4). Να επιλυθεί για διάφορες τιμές του $\alpha \in R$ η εξίσωση : $\dfrac{x+\alpha}{2x-\alpha-1} = \dfrac{\alpha+1}{x-2}$

5). Να δείξετε ότι η εξίσωση: $(\alpha + 1)\cdot x^2 - (2\alpha + 3)\cdot x + (\alpha + 2) = 0$, έχει πάντα πραγματικές και άνισες ρίζες.

6). Να βρεθεί το $\lambda \in R$ ώστε η εξίσωση : $\lambda\cdot x^2 - (\lambda + 1)\cdot x + (\lambda + 1) = 0$ να έχει πραγματικές ρίζες.

7). Να λυθούν οι εξισώσεις : $\dfrac{x^2+x+1}{x^2-x+1} = \dfrac{3\cdot\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2+3\cdot\beta^2}$ Αν $\alpha \neq \pm\beta$

8). Να λυθούν οι εξισώσεις: $(\alpha^2 - \beta^2)\cdot x^2 - 2\cdot\alpha^2\cdot\beta\cdot x + \alpha^2\cdot\beta^2 = 0$, με $|\alpha| \neq |\beta|$

9). Να λυθούν οι εξισώσεις :
α). $\beta^2\cdot x^2 - 2\cdot\alpha\cdot\beta^2\cdot x + \alpha^2\cdot\beta^2 - 1 = 0$ β). $(\alpha^2 - \beta^2)\cdot x^2 - 2\cdot(\alpha^2 + \beta^2)\cdot x + \alpha^2 - \beta^2 = 0$

10).Να λυθούν οι εξισώσεις : α). $\alpha^2\cdot x^2 - 2\cdot\alpha^3\cdot x + \alpha^4 - 1 = 0$ β). $x^2 - \dfrac{\alpha-\beta}{2}\cdot x - \dfrac{\alpha\cdot\beta}{4} = 0$

11).Στις παρακάτω εξισώσεις, για ποιες τιμές του $\lambda \in R$,έχουμε:
α). Δυο άνισες ρίζες. β). μια διπλή ρίζα. γ). καμία ρίζα στο R. όπου
$8\cdot x^2 - (\lambda - 1)x - \lambda - 7 = 0$, $\lambda\cdot x^2 + (\lambda - 1)x - 2\lambda = 0$

12).Αν $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$ και $\beta \neq 0$, Να δειχθεί ότι η εξίσωση : $(\alpha^2 + \beta^2)\cdot x^2 - 2\cdot\alpha\cdot\gamma\cdot x - \beta^2 + \gamma^2 = 0$, δεν έχει ρίζες στο R.

13).Να λυθεί η εξίσωση : $(x + \alpha)\cdot(x - \beta) + 2\cdot\alpha\cdot\beta = 2\cdot x^2$

14).Αν $\alpha, \beta \in Q$. Να βρεθεί το είδος των ριζών των εξισώσεων:
α). $3\cdot\alpha\cdot x^2 + (3\alpha - \beta)\cdot x - \beta = 0$ β). $x^2 - (2\alpha - 1)\cdot x - 1 + \alpha = 0$

15).Αν $\alpha, \beta \in Q$. Να δείξετε ότι η εξίσωση : $x^2 - (2\alpha + \beta)\cdot x + \alpha^2 + \alpha\cdot\beta - 2\cdot\beta^2 = 0$.
Έχει ρίζες πραγματικές και κατόπιν να τις υπολογίσετε.

16).Να αποδειχθεί ότι οι εξισώσεις α). $\lambda\cdot x^2 + 2\cdot x - (\lambda - 2) = 0$ και β). $\alpha x^2 + (\alpha + \beta)x + \beta = 0$.
Έχουν πραγματικές ρίζες για όλες της τιμές των πραγματικών αριθμών λ, α, β.

17).Να βρεθούν τα $\lambda \in R$. Ώστε η εξίσωση $2\cdot x^2 - 3\cdot\lambda\cdot x - (4\lambda + 1) = 0$. Να έχει
α). δυο άνισες ρίζες β). μια διπλή ρίζα γ). καμία.

18).Να βρεθεί το είδος των ριζών της εξίσωσης :
α). $3\cdot\alpha\cdot x^2 + (3\alpha + \beta)\cdot x + \beta = 0$ β). $x^2 - 2\cdot\alpha\cdot x + \alpha^2 - \beta^2 = 0$

19).Να δειχθεί ότι η εξίσωση $(x + \kappa)\cdot(x + \lambda) - \mu^2 = 0$ έχει πραγματικές ρίζες

20).Να δειχθεί ότι η εξίσωση: $3\cdot x^2 + 2\cdot x\cdot(\alpha + \beta + \gamma)\cdot x + (\alpha\cdot\beta + \alpha\cdot\gamma + \beta\cdot\gamma) = 0$.
Έχει μια διπλή ρίζα αν και μόνο αν ισχύει ότι $\alpha = \beta = \gamma$.

21).Να βρείτε τα $\lambda, \mu \in R$, Ώστε η εξίσωση : $(x - 5\lambda)^2 + 2\cdot(2\lambda - x) = (x + 5\mu)^2 + 25\cdot(\lambda^2 - \mu^2) + 4$.
Να επαληθεύετε για κάθε $x \in R$.

22).Να εξετάσετε, αν έχουν ρίζες και πόσες οι παρακάτω εξισώσεις:
α). $x^2 + \lambda x + \lambda^2 = 0$ β). $x^2 - p\cdot x - q^2 = 0$.

23).Να υπολογισθεί η τιμή του κ, όταν η μια ρίζα της εξίσωσης
$4\cdot x^2 + \kappa\cdot x + 6 = 0$, Είναι ίση με το -2.

24).Να υπολογισθεί η τιμή του κ, όταν η εξίσωση $x^2 - 3\cdot x + \kappa^2 - 7\cdot\kappa = 0$.
Έχει διπλή ρίζα και να βρεθεί η ρίζα.

25).Δίδονται οι εξισώσεις $x^2 + (\alpha - 3\cdot\beta)\cdot x + \alpha\cdot\beta = 0$, $x^2 + (\alpha - 5\beta)\cdot x + 4\beta^2 = 0$
Να δειχθεί ότι, αν μια από τις εξισώσεις έχει ίσες ρίζες, τότε θα έχει και η άλλη ίσες ρίζες.

26).Να λυθεί η εξίσωση $(x - 5)\cdot(x - 7)(x + 6)\cdot(x + 4) = 504$.

27).Να δειχθεί ότι οι δευτεροβάθμιες εξισώσεις έχουν πάντα ρίζες στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.
α). $x^2 - 2\cdot\lambda\cdot x + \lambda^2 - \mu^2 - \nu^2 + 2\cdot\mu\cdot\nu = 0$
β). $(\alpha^2 + \alpha\cdot\beta - 2\beta^2)\cdot x^2 + 6\cdot\beta^2\cdot x - (\alpha^2 - \alpha\cdot\beta - 2\cdot\beta^2) = 0$

28).Να δειχθεί ότι: $\alpha^2 - \alpha\cdot\beta + \beta > 0$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΟΜΑΔΑ Β

1). Αν η εξίσωση $x^2 + 2\cdot\alpha\cdot x + 3\cdot\beta = 0$. Έχει σαν ρίζες διαδοχικούς ακέραιους αριθμούς, τότε να δειχθεί ότι $4\cdot\alpha^2 - 12\cdot\beta = 1$.

2). Δίδετε η εξίσωση $x^2 + \alpha\cdot x + \beta$, $\alpha\cdot\beta \neq 0$, με ρίζες x_1, x_2
α). Δείξτε ότι x_1, x_2 είναι διαφορετικές από το μηδέν και όχι αντίθετες.
β). Αν ισχύει ότι $\frac{x_1}{x_2} = \frac{\kappa}{\lambda}$, Δείξτε ότι $\kappa\cdot\lambda\cdot\alpha^2 = \beta\cdot(\kappa + \lambda)^2$.

3). Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 4x + 2 = 0$.
Να υπολογιστούν οι παραστάσεις: $x_1 + x_2$, $x_1\cdot x_2$, καθώς και οι $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, $x_1^2 + x_2^2$.

4). Να βρεθούν οι εξισώσεις που έχουν ρίζες τα ζεύγη των αριθμών:
α). (2, 3), β). (1, 1/2), γ).(–3, 1).

5). Χωρίς να χρησιμοποιήσετε τύπο να βρείτε την λύση της εξίσωσης $x^2 + (\alpha^2 + 9)\cdot x + 9\cdot\alpha^2 = 0$.

6). Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$. Να σχηματίσετε την εξίσωση με ρίζες $x_1 + \frac{1}{x_1}$ και $x_2 + \frac{1}{x_2}$

7). Χωρίς να λυθούν οι εξισώσεις να βρεθούν οι ρίζες των εξισώσεων.
α) $x^2 - 5x + 6 = 0$ β). $x^2 + 3x - 4 = 0$ γ) $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$.

8). Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + p\cdot x + q = 0$. με την βοήθεια των τύπων του Vieta να αποδειχθεί ότι ισχύουν:
α). οι x_1, x_2 Ετεροσημες όταν $q < 0$.
β). οι x_1, x_2 θετικές, όταν $q > 0$ και $p < 0$.
γ). οι x_1, x_2 Αρνητικές, όταν $q > 0$ και $p > 0$.

9). Να αποδειχθεί ότι αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης :
$x^2 + p\cdot x + q = 0$ τότε $x_1^2 + x_2^2 = p^2 - 2\cdot q$.

10).Να αποδειχθεί ότι αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης
$x^2 + p\cdot x + q = 0$, τότε $2\cdot x_1$ και $2\cdot x_2$ είναι ρίζες της εξίσωσης : $x^2 + 2\cdot p\cdot x + 4q = 0$.

11).Να προσδιορισθούν τα α, β ώστε για κάθε $x \in R$.
Να ισχύει: $(\alpha - \beta)\cdot x^2 + (\alpha - 1)\cdot x + (\beta^2 - \alpha) = 0$

12).Αν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + \alpha\cdot x + \beta = 0$ αυξημένες κατά ένα είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - \alpha^2\cdot x + \alpha\cdot\beta = 0$, όπου $\alpha \neq 1$. Να προσδιορίσετε τους α, β.

13).Αν οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha\cdot x^2 + \beta\cdot x + \gamma = 0$, είναι ρ και ν·ρ. Να δειχθεί ότι $(\nu + 1)^2\cdot\alpha\cdot\gamma = \nu\cdot\beta^2$.

14).Για ποια τιμή του $\lambda \in R$ οι ρίζες της εξίσωσης: $3x^2 + (\lambda - 1)x - 2 = 0$. είναι αντίθετες;

15).Να βρεθεί $\lambda \in R$, αν η μια ρίζα της εξίσωσης $x^2 + \lambda\cdot x + 8 = 0$, ισούται με το τετράγωνο της άλλης.

16).Αν μια ρίζα της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, είναι τριπλάσια της άλλης. Να δειχθεί ότι $3\cdot\beta^2 - 16\cdot\alpha\cdot\gamma = 0$.

17).Οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 2\cdot x - 3 = 0$, είναι οι x_1, x_2. Να βρεθεί η εξίσωση που έχει ρίζες τα Ζεύγη : α). $x_1 + 2$, $x_2 + 2$. β). x_1^2 και x_2^2 γ). $\frac{1}{x_1},\frac{1}{x_2}$.

18).Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2\cdot x + (\lambda - 1) = 0$. Να βρεθεί ο $\lambda \in R$ έτσι ώστε να έχουμε : $3\cdot x_1^3 + 8\cdot x_1\cdot x_2^2 + 8\cdot x_1^2\cdot x_2 + 3\cdot x_2^3 = 192$.

19).Αν ρ_1, ρ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης: $x^2 + x - 2\lambda = 0$. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης :
$A = \frac{x_1}{x_2+1} + \frac{x_2}{x_1+1}$

20).Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 +9x - 5 = 0$. Να σχηματίσετε την εξίσωση 2^ου^ βαθμού (χωρίς να λυθεί η εξίσωση), που να έχει ρίζες τους αριθμούς $\rho_1 = x_1 + x_2^2$ και $\rho_2 = x_1^2 + x_2$.

21).Να προσδιορίσετε τον αριθμό $\lambda \in R$, ώστε οι ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $x^2 - 3x + \lambda = 0$. Να ικανοποιούν την σχέση: $x_1\cdot x_2^2 + x_1^3 = x_1^2\cdot x_2 + x_2^3$

22).Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης: $3x^2 + 6x - 1 = 0$. Να υπολογίσετε της παραστάσεις (χωρίς να λυθεί η εξίσωση)
α). $A = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2$ β). $B = \frac{x_1+2}{x_2} + \frac{x_2+2}{x_1}$ γ). $\Gamma = \frac{x_1}{x_2+3} + \frac{x_2}{x_1+3}$

23).Αν α, β είναι ρίζες της εξίσωσης: $5x^2 - 23x + 1 = 0$. Να βρεθεί :
$A = x_1^3 + x_1\cdot x_2^2 + x_1^2\cdot x_2 + x^3$ $B = x_1^4 + x_2^4$. Να συγκρίνεται τους αριθμούς A, B.

24).Να προσδιορισθεί το $\lambda \in R$, ώστε το άθροισμα των κύβων των ριζών x_1, x_2 της εξίσωσης : $x^2 - x + \lambda = 0$. Να είναι ίσο με 7.

25).Να προσδιορισθεί το $\lambda \in R^*$. ώστε η εξίσωση: $x^2 - (\lambda - 3)\cdot x + 2\lambda - 4 = 0$.
Να έχει δυο ρίζες για τις οποίες να οποίες να ισχύει $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{\lambda}$.

26).Αν οι εξισώσεις $x^2 + \alpha\cdot x + 3 = 0$ και $x^2 + 2\cdot x + \beta = 0$ όπου $\alpha \neq 2$.
Έχουν μια μόνο κοινή ρίζα, δείξτε ότι: $(\beta - 3)^2 = (\alpha - 2)\cdot(6 - \alpha\cdot\beta)$.

27).Δίδετε η εξίσωση $(\lambda - 1)\cdot x^2 + (2\cdot\lambda + 3)\cdot x + \lambda + 5 = 0$. Να προσδιορισθούν οι τιμές της συνάρτησης έτσι ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ Β'-ΒΑΘΜΟΥ – ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1). Να λυθούν οι ανισώσεις :

α). $\frac{x^2-x-2}{x^2+x-2} \le 0$ β). $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ γ). $x^4 + 8 > 6\cdot x^2$ δ). $(x-2)^2 \le 3\cdot(2-x)$.

2). Για ποιες τιμές του $\alpha \in R$ η ανισωση : $\sqrt{2}\cdot(\alpha^2+\alpha-2)\cdot x^2 + \sqrt{5}\cdot 5\alpha\cdot x + \sqrt{2} > 0$, ισχύει $\forall x \in R$.

3). Να λυθούν οι ανισωσεις:
α). $|x^2 - x + 3| \ge 2x + 1$ β). $|x^2 - 4x + 3| > x + 9$

4). Να λυθούν οι ανισωσεις:
α). $x^2 + |x+1| - 1 > 0$. β). $x^2 + 5\cdot|x| - 5 < 1$
γ). $|-x^2 + x - 4| > 2x + 9$. δ). $|x+1| - \sqrt{x+1} - 12 = 0$

5).Να λυθούν οι ανισωσεις:
α). $(x^2 - 17x + 10)\cdot(x^2 - 2x + 8) > 0$ β). $(x^2 - 3\cdot x + 2)\cdot(x^2 - 5\cdot x + 4) < 0$.
γ). $\frac{(x-1)\cdot(x^2-3x+2)}{x^2-4} > 0$ δ). $\frac{x-3}{x^3-4x+3} > 0$

6). Να βρεθεί η μέγιστη και ελάχιστη τιμή του κλάσματος : $A = \frac{-3\cdot x^2+x+4}{x^2+2x-3}$. Όπου $x \in R$.

7). Προσδιορίσετε το $\lambda \in R$, ώστε το τριώνυμο να είναι αρνητικό για κάθε $x \in R$.
$\lambda\cdot x^2 - 2(\lambda+3)x + \lambda - 1$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΟΜΑΔΑ Β

1). Δίδετε η εξίσωση $(\lambda-1)\cdot x^2 + \lambda\cdot x + (2\lambda+1) = 0$. Να βρεθεί για ποιες τιμές του $\lambda \in R$.
Η εξίσωση έχει δυο ρίζες. που βρίσκονται στο διάστημα $[-1, 1]$.

2). Να αποδείξετε ότι το τριώνυμο $x^2 + (3\lambda-1)x + 3\lambda^2 + (\lambda+4)$ είναι θετικό για όλα τα $x, \lambda \in R$.

3). Για όλες της τιμές του $\lambda \in R\setminus\{1\}$ να προσδιορίσετε το πρόσημο της συνάρτησης :
$f(x) = (\lambda-1)\cdot x^2 + x + (1-\lambda)$.

4). Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:
α). $f(x) = \sqrt{x^2-4x+3}$ β). $f(x) = \sqrt{3x^2-4x+1}$ γ). $f(x) = \sqrt{-2x^2-x+3}$
δ). $f(x) = \sqrt{x^2+x-6}$ ε). $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}+\sqrt{3-x^2}}{x^2-1}$ στ). $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+5}+\sqrt{3x-x^2}}{\sqrt{x^2-16}}$

5). Να βρείτε το πλήθος και το πρόσημο των ριζών της εξίσωση :
α). $x^2 - 2\cdot(\lambda+1)\cdot x + 1 = 0$, για διάφορες τιμές του λ.

6). Για ποιες τιμές του $\lambda \in R$ η ανισωση $x^2 + (\lambda-3)x + \lambda > 0$. αληθεύει $\forall x \in R$.

7). Δίδετε η τριωνυμικη συνάρτηση $f(x) = x^2 - x + \lambda - 4$. Για την οποία ισχύει ότι: $f(x) > -3$, $\forall x \in R$.
Για ποιες τιμές των λ, x το τριώνυμο είναι μικρότερο του -13.

8). Να λύσετε και να διερευνήσετε την ανισωση : α). $(\lambda - 1)\cdot x < \lambda^2 - 3\lambda + 2$.

9). Αν για κάθε $x \in R$ ισχύει ότι $8x^2 + \kappa\cdot(1 - x) > 7 - x$, να δειχθεί ότι: $3 < \sqrt{\kappa} < 5$.

10).Να βρείτε της τιμές του λ για της οποίες η εξίσωση : $(2\lambda - 1)\cdot x^2 - 2\cdot(\lambda - x + 3\lambda) = 0$. έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΟΜΑΔΑ Γ

1). Να λυθούν οι ανισωσεις :
α). $|x^2 + x - 2| \geq x - 1$ β). $|-x^2 + x - 2| < x$

2). Να απλοποιήσετε τις απόλυτες τιμές απόλυτες τις παραστάσεις:
α). $f(x) = |x^2 - 10x + 9|$ β). $f(x) = |x^2 + 4x|$ γ). $f(x) = |-x^2 + 9x - 14|$

3). Να λυθούν οι εξισώσεις:
α). $|x^2 - 13x - 14| + x - 8 = 0$. β). $|x^2 + x + 3| + x^2 - x - 1 = 0$.
γ). $(1 - \sqrt{2})\cdot x^2 - 2\cdot(1 + \sqrt{2})\cdot x + 1 + 3\cdot\sqrt{2} = 0$

4). Να λυθούν οι ανισωσεις:
α). $|x^2 - 3x + 2| > x - 2$ β). $x^2 - 3\cdot x\cdot| + 2 < 0$ γ). $x^2 - 2|x| - 1 > 3$
δ). $3x^2 - 1 > |x^2 - x|$ ε). $|-x^2 + x - 1| > |x + 1|$.

5). Να λυθούν οι ανισωσεις:
α). $x^2 - 3x > 4$. β). $4\cdot x^2 + 2\cdot x - 1 < 1$ γ). $(x - 2)\cdot(x^2 - 4\cdot x + 3)\cdot(x^2 - 4\cdot x) \leq 0$
δ). $(1 - x)(3x + 5)(x^2 + x - 12)(x^2 - x + 1) < 0$.

6). Να λυθούν οι κάτωθι ανισωσεις:
α). $(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3x + 2) > 0$ β). $(x - 1)(x + 1)(x + 2)(3x - 1) < 0$.
γ). $(2 - x)(x^2 - x + 1)(x^2 + 3x - 5) < 0$.

7). Αν $\alpha = \dfrac{3\cdot(x^2 + 1)}{2x - 1}$, να δειχθεί ότι $\forall\ x \in R$ ισχύει $\alpha^2 - 3\cdot(\alpha + 3) \geq 0$.

8). Να λυθούν οι κάτωθι ανισωσεις :
α). $(x^3 - x)\cdot(x^3 + x) > 0$. β). $\dfrac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9} > 0$

9). Να λυθούν τα συστήματα : α). $\begin{cases} 2\cdot x\cdot y - y^2 - 5y = 0 \\ y = x^2 - 4x + 3 \end{cases}$

10).Δίδετε η εξίσωση : $x^2 + 4\cdot\lambda\cdot x + (\lambda^2 + 4\lambda + 3) = 0$. Για ποια τιμή του λ. Το γινόμενο των ριζών γίνετε ελάχιστο

11).Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

α). $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-\left(x+\frac{1}{x}\right)-2=0$ β). $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-5\cdot\left(x+\frac{1}{x}\right)+6=0$

γ). $x^4+4\cdot\alpha\cdot\beta\cdot x^2+(\alpha^2+\beta^2)^2=0$ δ). $\alpha^2\cdot x^4+(\alpha^2-\beta^2)\cdot x^2-\beta^2=0$

ε). $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{13}{6}$ στ). $(x-2)^2-|x-2|=2$

ζ). $|x+4|=-x^2+2\cdot x-3.$ η). $(x-1)^2+4\cdot|x-1|-5=0$

θ). $|x+4|=2\cdot x^2-5\cdot x+2.$ i). $\frac{x\cdot\sqrt{2}}{3x+\sqrt{3}}=\frac{3x}{3\sqrt{2}+3}$

12).Να εξετάσετε αν έχουν και πόσες ρίζες οι εξισώσεις:

α). $x^2-\lambda x-\mu=0.$ β). $(\alpha+\beta)\cdot x^2-2\alpha x+1=0.$

γ). $\lambda\cdot x^2-2\cdot(\lambda-1)\cdot x+(\lambda-4)=0$ δ). $(\mu+1)\cdot x^2-(5\mu+6)\cdot x+3\cdot(2\cdot\mu+3)=0$

ε). $x^2-(\alpha+2\beta+\gamma)\cdot x+\beta^2+\alpha\cdot\beta+\beta\cdot\gamma+\gamma\cdot\alpha=0$ στ). $x^2-2\cdot(\mu+1)\cdot x+\mu^2+2\cdot\mu-3=0.$

ζ). $(\lambda^2+\lambda-2)\cdot x^2+(2\cdot\lambda^2+\lambda+3)\cdot x+\lambda^2-1=0$ η). $(\lambda-2)\cdot x^2+(2\cdot\lambda-1)\cdot x+\lambda+2=0$

13).Για ποιες τιμές του λ οι εξισώσεις έχουν

i).Δυο ρίζες άνισες ii). Μια διπλή ρίζα iii).καμία πραγματική ρίζα.

α). $(\lambda-2)\cdot x^2-(2\lambda+1)\cdot x+(\lambda+2)=0.$

β). $(3\lambda-2)\cdot x^2-2(\lambda+1)\cdot x-2\lambda+6=0.$

γ). $x^2-(\alpha+\beta+\gamma)\cdot x+(\beta+\gamma)\cdot\alpha=0$

14).Να λυθούν οι εξισώσεις : α). $(\lambda^2+\lambda-12)\cdot x^2+(2\cdot\lambda^2+\lambda+3)\cdot x+\lambda-1=0.$

15).Να βρεθεί ο $\lambda\in R$, ώστε η $x_1=2$, να είναι ρίζα της εξίσωσης $x^2+\lambda\cdot x+\lambda^2-7=0.$
Ποια είναι η άλλη ρίζα.

16).Να βρεθούν οι ρητοί αριθμοί κ, λ ώστε ο αριθμός $1-2\cdot\sqrt{2}$, να είναι ρίζες της εξισώσεις :
$x^2-\kappa\cdot x+\lambda=0$

17).Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $3x^2-(\sqrt{3}+3)x+\sqrt{3}=0.$ β). $3\alpha x^2+(3\alpha-\beta)x-\beta=0.$

γ). $\alpha^2\cdot x^2-2\cdot\alpha^3\cdot x+\alpha^4-1=0$ δ). $x^2-\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot x-\frac{\alpha\cdot\beta}{4}=0$

18).Αν α, β, γ είναι ρητοί αριθμοί, να δειχθεί ότι η εξίσωση $(\alpha-\beta+\gamma)\cdot x^2+2\cdot\gamma\cdot x+(\beta+\gamma-\alpha)=0.$
Έχει ρητές ρίζες.

19).Να βρεθούν τα $\kappa,\lambda\in R$ ώστε η εξίσωση: $3x^2+(\kappa-3)x+5(\lambda-2)=0$, να έχει μοναδική ρίζα το 0.

20).Από όλους τους αριθμούς $x, y\in R$. Που έχουν σταθερό άθροισμα k. Να βρεθούν εκείνοι που έχουν το μέγιστο γινόμενο.

21).Να βρεθεί η μέγιστη και ελάχιστη τιμή του πηλίκου: $A=\frac{x^2+4x-3}{x^2+x-2}.$

22).Να μελετηθεί η παραβολή : $y=2\cdot x^2-5\cdot x+4.$

23).Έστω η παραβολή $y = x^2 + p\cdot x + q$. Να βρεθούν τα p, q ∈R ώστε, για x = 2 το y να γίνετε ελάχιστο με ελάχιστη τιμή -3.

24).Έστω η παραβολή $y = x^2 + p\cdot x + q$. Να βρεθούν τα p, q ∈ R ώστε για x = 1, το y να γίνετε ελάχιστο με ελάχιστη τιμή $-1/2$.

25).Να βρεθεί η εξίσωση παραβολής που τέμνει τους άξονες x′x και y′y στα σημεία
$x = 1$, $x = -3$, $y = 3$.

26).Να προσδιορίσετε το λ ∈ R, ώστε το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης
$x^2 - \lambda\cdot x = \lambda^2 + \lambda + 6$, Να γίνετε μέγιστο.

27).Έστω συνάρτηση f: R → R με τύπο: f(x) = $\boxed{\quad\quad}$

Να γίνει η γραφική παράσταση των συναρτήσεων $g(x) = f(x+2)$ και
επίσης $h(x) = f(x - 2)$ καθώς και της $(g + h)(x)$.

28).Να λυθούν οι κάτωθι εξισώσεις.
α). $(x^2 - 4)^2 - (x + 2)^2\cdot(5\cdot x - 4) = 0$
β). $\lambda\cdot(3\cdot x + \lambda) + 7 - 2\cdot\lambda = \lambda^2 + 3\cdot(1 + \mu\cdot x)$
γ). $\dfrac{1}{3x-1} + \dfrac{2\cdot(x+1)}{x-1} - \dfrac{3\cdot x^2+1}{3\cdot x^2 - 4x + 1} = 1$
δ). $(x + 1)\cdot(x + 2)\cdot(x + 3)\cdot(x + 4) = 120$
ε). $3\cdot(x^4 + 2\cdot x^2 + 1) - 7\cdot(x^4 + 2\cdot x^2 - 1) + 2 = 0$.
στ). $\left(\dfrac{x+2}{x+4}\right)^2 + 2\cdot\left|\dfrac{x+2}{x+4}\right| - 12 = 0$ ζ). $3\cdot(x^2 + x - 1)^2 - 7(x^2 + x - 1) + 2 = 0$.

29).Να επιλυθούν οι εξισώσεις :
i). $(x^2 - 2)^2 - |x^2 - 2| - 12 = 0$ ii). $|x + 4| = x^2 - 8\cdot x$
iii). $(x + 2)^2 - 3\cdot|x + 2| + 2 = 0$ iv).

30).Αν α, β ∈ R Να λυθούν οι εξισώσεις.
α). $\alpha\cdot x^2 + (\alpha^2 + \beta)\cdot x + \alpha\cdot\beta = 0$. β). $x^2 + (\alpha - \beta)x + \alpha\cdot\beta = 0$.

31).Να βρείτε τα α, β ώστε η εξίσωση να είναι διτετραγωνη.
$8\cdot x^4 + (5\cdot\alpha + 2\beta - 1)\cdot x^3 + 3\cdot\beta\cdot x^2 - (2\alpha + \beta)\cdot x + \alpha = 0$.
και στην συνεχεία να την λύσετε.

32).Να λυθούν οι εξισώσεις:
α). $(x+ 1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)\cdot(x+4) = 20$.
β). $(x^2 - 7x + 6)\cdot(x^2 - 7x + 12) = 0$.
γ). $x^2 = |5x - 6|$
δ). $|x^2 - x + 2| = 4$

33).Να δειχθεί ότι ∀ α, β, λ έχουν ρίζες οι εξισώσεις:
i). $\lambda^2\cdot x^2 + 2\cdot x - (\lambda - 2) = 0$ ii). $\alpha\cdot x^2 + (\alpha + \beta)\cdot x + \beta = 0$
iii). $\beta^2\cdot x^2 - 2\cdot\alpha\cdot\beta^2\cdot x + \alpha^2\cdot\beta^2 - 1 = 0$

34).Να λυθούν οι εξισώσεις:

i). $\frac{2}{x}+\frac{2x-3}{x-2}+\frac{2-x^2}{x^2-2x}=0$ ii). $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{13}{6}$

iii). $x^4 + 6\cdot x^2 - 40 = 0$ iv). $x^4 - 3\cdot x^2 + 2 = 0$

v). $2\cdot x^4 + 7\cdot x^2 + 3 = 0$ vi). $x^2 - \frac{2x^2-2}{x^2-1} = 1$.

iα). $1-\frac{x^2}{x-1}=\frac{1}{x-1}-6$ iβ). $\frac{x+1}{2}-\frac{3-x}{x-2}=1-\frac{1}{x-2}$

iγ). $4x+\frac{15}{2x+4}=3$ ιδ). $\frac{x-10}{x}=\frac{-3}{x-2}$

iε). $x^2+x-6+\frac{8}{x^2+x}=0$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

1). Δίδονται οι εξισώσεις $x^2 + \lambda\cdot x - 3 = 0$ και $x^2 + x - 3\cdot\lambda = 0$. Προσδιορίστε το $\lambda \in R$. ώστε το άθροισμα των τετραγώνων της μιας να είναι ίσο με το άθροισμα των τετράγωνων της άλλης.

2). Αν ισχύει για α, β, γ $\in$ R και $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$, Να δειχθεί ότι η εξίσωση $(\alpha^2 + \beta^2)\cdot x^2 - 2\cdot\alpha\cdot\gamma\cdot x + (\gamma^2 - \beta^2) = 0$. Δεν έχει ρίζες στο R.

3). Αν ισχύει για α, β, γ $\in$ R, $\alpha^2 +\alpha\cdot\beta - 2\cdot\beta^2 \neq 0$, να βρεθεί το είδος των ριζών της εξίσωσης : $(\alpha^2 +\alpha\cdot\beta - 2\cdot\beta^2)\cdot x^2 + 3\cdot\beta^2\cdot x - (\alpha^2 - \alpha\cdot\beta - 2\cdot\beta^2) = 0$.

4). Να δειχθεί ότι οι εξισώσεις $x^2 + 2\alpha x + \beta = 0$ καθώς και η $x^2 + 2(\alpha +1)x + 2\alpha + \beta + 1 = 0$. Έχουν το ίδιο είδος ριζών.

5). Να βρεθούν τα κ, λ $\in$ R, ώστε η εξίσωση : $3\cdot x^2 + 8\cdot(\kappa - 3)\cdot x + 5\cdot(\lambda - 2) = 0$. Να Έχει σαν μοναδική ρίζα το 0.

6). Να βρεθεί το $\lambda \in R$, ώστε οι ρίζες της εξίσωσης : $4x^2 - (\lambda - 2)x + \lambda - 7 = 0$. Να είναι α). Αντίστροφες $\forall\ \lambda \in R$ β). Αντίθετες.

7). Αν ρ_1, ρ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 6\,x + \lambda = 0$, Να βρεθεί το $\lambda \in R$, ώστε να ισχύει : $3\cdot\rho_1 + \rho_2 = 12$

8). Αν $f(x) = \alpha\cdot x^2 + \beta\cdot x + \gamma$, Να δειχθεί ότι $f\left(-\frac{\beta}{2\cdot\alpha}+\lambda\right) = f\left(-\frac{\beta}{2\cdot\alpha}-\lambda\right)$, με $\lambda \in R$.

9). Να δειχθεί ότι υπάρχει πάντα $\lambda \in R$. ώστε το τριώνυμο με $f(x) = (\alpha + \lambda)x^2 + \beta x + \gamma + \lambda$, Να είναι τέλειο τετράγωνο πρωτοβάθμιου πολυώνυμου. (όπου $\alpha \neq 0$).

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1). Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $(\sqrt{3} + 1)\cdot x^2 + (2 + \sqrt{3})\cdot x - (3 + \sqrt{3}) = 0$

β). $(1 - \sqrt{2})\cdot x^2 - 2\cdot(1 + \sqrt{2})\cdot x - (1 + 3\cdot\sqrt{2}) = 0$

2). Να λυθούν οι εξισώσεις:
α). $x^2 - (2\mu + 1)\cdot x + \mu^2 + \mu - 16 = 0$ β). $x^2 - (\alpha + \beta + \gamma)\cdot x + (\beta + \gamma)\alpha = 0$
γ). $(\mu + 1)\cdot x^2 - (5\mu + 6)\cdot x + 3\cdot(2\mu + 3) = 0$ δ). $(\alpha - \beta)\cdot x^2 - 4\alpha\,\beta\cdot x + 4\alpha\cdot\beta = 0$

4). Να λυθούν οι εξισώσεις:
α). $(\alpha + 2)\cdot x^2 - 2\cdot(\alpha + 2)\cdot x + \alpha^2 + 4\alpha + 3 = 0$ β). $(\alpha - \beta)\cdot x^2 - (1 + 2\alpha - 2\beta)\cdot x + 2 = 0$

5). Να υπολογίσετε τις τιμές του λ έτσι ώστε η εξίσωση:
$x^2 + (2\lambda - 1)\cdot x + \lambda^2 = 0$. Να Έχει :
i). Δυο άνισες ρίζες ii). Μια διπλή ρίζα iii).Καμία ρίζα στο R.

6). Να δειχθεί ότι η εξίσωση: $x^2 - 2\cdot(\mu + 1)x + \mu^2 + 2\mu - 3 = 0$. Έχει άνισες πραγματικές ρίζες. και να τις υπολογίσετε.

7). Να βρείτε το πλήθος των ριζών των παρακάτω εξισώσεων:
α). $x^2 - (\alpha + 2\beta + \gamma)\cdot x + \beta^2 + \alpha\cdot\beta + \beta\cdot\gamma + \alpha\cdot\gamma = 0$.
β). $x^2 - 2\alpha x + \alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2 = 0$.

8). Να υπολογίσετε την τιμή του λ ώστε η εξίσωση $x^2 + \lambda\cdot x + (\lambda - 7) = 0$
Να Έχει ρίζα τον αριθμό – 3, Και να υπολογίσετε την άλλη ρίζα.

9). Αν x πραγματικός και $y = \dfrac{x^2 - 3\cdot x + 4}{x^2 + x + 2}$. Να δειχθεί ότι $y > 0$

10).Να προσδιορισθεί ο $\lambda \in R$ ώστε να είναι δευτέρου βαθμού η εξίσωση.
$(\lambda^2 - 3\lambda + 2)\cdot x^2 - \lambda\cdot x + 1 = 0$.

11).Να λυθούν οι εξισώσεις :
α). $\alpha\cdot x^2 - 2\cdot\beta\cdot\alpha\cdot x + \alpha\cdot\beta^2 = 1$ β). $\lambda\cdot x^2 - 2\cdot(\lambda - 1)\cdot x + \lambda - 4 = 0$.

12).Να προσδιορισθεί το λ ώστε η εξίσωση : $(\lambda^2 - 13\lambda + 2)\cdot x^2 + x - (\lambda - 1)\cdot(\lambda - 2) = 0$.
Να Έχει πραγματικές και άνισες ρίζες.

13).Αν $\alpha + \beta = 2$, Να δείξετε ότι η εξίσωση: $x^2 + 2\cdot\alpha\cdot x + \beta = 0$ όπου $\alpha > 0$. Έχει μια διπλή ρίζα την
οποία να προσδιορίσετε.

14).Αν $x = 1$, είναι μια από τις ρίζες της εξίσωσης : $x^2 - 2\cdot(\lambda + 2)\cdot x + 2\lambda - 17 = 0$.
Να προσδιορισθεί η άλλη.

15).Να προσδιορισθούν οι $\lambda, \mu \in R$, ώστε η εξίσωση $(\lambda + 3)\cdot x^2 - \lambda\cdot x + \mu + 1 = 0$.
Να Έχει μοναδική ρίζα το 10.

16).Αν ο αριθμός $\alpha + \beta$ είναι ρίζα της εξίσωσης $x^2 - x + (2 - 6\cdot\alpha\cdot\beta) = 0$.
Να προσδιορίσετε της ρίζες αυτές.

17).Αν η εξίσωση: $\alpha\cdot x^2 + 2\cdot\beta\cdot x + \gamma = 0$ Έχει δυο πραγματικές ρίζες να δείξετε ότι και η εξίσωση :
$x^2 + 2\cdot(\alpha + \beta + \gamma)\cdot x + 2\cdot\beta\cdot(\alpha + \gamma) + 3\cdot\alpha\cdot\gamma = 0$. Έχει επίσης δυο πραγματικές ρίζες.

18).Να προσδιορίσετε το $\lambda \in R$, ώστε για κάθε $x \in R$, Να ισχύει ότι :
$(\lambda - 1)\cdot x^2 - (\lambda^2 - 4\lambda + 3)\cdot x + (\lambda^2 + 4\lambda - 5) = 0$.

19).Αν η εξίσωση $4x^2 - 2\cdot(\alpha + \beta + 1)\cdot x + \alpha + \beta = 0$. Έχει μια διπλή ρίζα να δείξετε ότι: $\alpha + \beta = 1$.

20).Αν η εξίσωση $3x^2 + 2\cdot(\alpha + \beta + \gamma)x + (\alpha\cdot\beta + \beta\cdot\gamma + \alpha\cdot\gamma) = 0$.Να δειχθεί ότι αν έχει μια διπλή ρίζα ισχύει: $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\cdot\alpha\cdot\beta\cdot\gamma$.

21).Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \in R$ ώστε η εξίσωση $x^2 + \alpha\cdot x + \beta = 0$.
Να Έχει ρίζα τον $12 + \sqrt{3}$. Ποια είναι η άλλη ρίζα της εξίσωσης.

22).Να εξετάσετε αν Έχει πραγματικές ρίζες και πόσες η εξίσωση : $3\cdot\alpha\cdot x^2 - (2\alpha + 3\beta)\cdot x + 2\beta = 0$.

23).Να δείξετε ότι $33 - 8\cdot\sqrt{2} = (4\cdot\sqrt{2} - 1)^2$. Να λύσετε την εξίσωση.
$x^2 - (1 + 2\cdot\sqrt{2})\cdot x + 3\cdot(\sqrt{2} - 2) = 0$.

24).Για ποιες τιμές του $\lambda \in R$ η εξίσωση έχει δυο ρίζες $(3\lambda - 12)x^2 - 2(\lambda + 1)x + 6 - 2\lambda = 0$.
Και ποιες είναι.

25).Να βρεθεί ο $\lambda \in R$, ώστε η μια ρίζα της εξίσωσης $x^2 - (2\lambda - 3)x + (\lambda - 1) = 0$.
Να είναι διπλάσια της άλλης.

26).Να βρείτε τις εξισώσεις του 2 - Βαθμού που έχουν ρίζες
α). $2 + 3\cdot\sqrt{2}$, $2 - 3\cdot\sqrt{2}$ β). $\alpha - \beta$,$\alpha + \beta$.

27).Χωρίς να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 5x + 3 = 0$.Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις αν x_1, x_2 είναι λύσεις της εξίσωσης.
α). $x_1^3 + x_2^3$ β). $\dfrac{1}{x_1^2} + \dfrac{1}{x_2^2}$ γ). $(x_1^2 + x_2^2)\cdot(x_1^3 + x_2^3)$.
δ). $x_1\cdot x_2^2 + x_1^2\cdot x_2 + x_1^3 + x_2^3$ ε). $x_2^2 - 3\cdot x_1^2\cdot x_2 - 3\cdot x_1\cdot x_2^2 + x_1^2$

27).Αν ρ_1, ρ_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 3x - 4 = 0$. Να σχηματίσετε τις εξισώσεις 2ου Βαθμού που έχουν ρίζες :
α). ρ_1^2, ρ_2^2 β). $\dfrac{1}{\rho_1}, \dfrac{1}{\rho_2}$ γ). $\dfrac{\rho_2}{\rho_1}, \dfrac{\rho_1}{\rho_2}$ δ). $\rho_1 + \dfrac{1}{\rho_1}, \rho_2 + \dfrac{1}{\rho_2}$

28).Αν x_1, x_2 Οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3x + \gamma = 0$, Να βρείτε το γ ώστε να ισχύει: $5\cdot x_1^2\cdot x_2 + 5\cdot x_1\cdot x_2^2 - 4\cdot x_1^3\cdot x_2 - 4\cdot x_1 x_2^3 - 3 = 32\cdot\gamma$.

29).Να λυθούν οι εξισώσεις:
α). $|x + 5| = -x^2 + 3\cdot x - 6$. β). $(x - 1)^2 + |x - 1| - 56 = 0$.
γ). $(x + \kappa)\cdot(x + \lambda) - \mu^2 = 0$. δ). $\alpha\cdot(\alpha + \beta)\cdot x^2 - (\alpha + \beta^2)\cdot x - \beta\cdot(\alpha^2 - \beta) = 0$.

30).Να λυθούν οι εξισώσεις:
α). $\lambda\cdot x^2 - (\lambda + 1)\cdot x + 1 = 0$ β). $\alpha\cdot x^2 + \beta\cdot x - \alpha = 0$.
γ). $2\cdot(x - \beta)^2 = (\alpha + x)\cdot(x - \beta) - \alpha\cdot\beta$

31).Να απλοποιηθούν τα κλάσματα

α). β). $\dfrac{x^2 - \alpha \cdot x + \alpha \cdot \beta - \beta \cdot x}{\beta \cdot x^3 - \alpha^2 \cdot \beta}$.

32).Να δειχθεί ότι η συνάρτηση $f(x) = x^2 - \alpha \cdot x + \alpha^2$ είναι θετική.

33).Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

α). $\alpha^2 + 13 \cdot \alpha \cdot \beta - 4 \cdot \beta^2$ β). $x^2 - (\alpha + 1) \cdot x + \alpha$

γ). $x^2 - 5 \cdot x + 4$ δ). $3 \cdot \lambda \cdot x^2 + (3 \cdot \lambda - 1) \cdot x - 1$, $\lambda \in R$.

34).Να βρείτε τα λ, μ ώστε για κάθε $x \in R$. Να είναι
$x^2 + (3\lambda + 2\mu + 1) \cdot x + (\lambda - \mu + 3) = (x - 1)(x + 2)$.

35).Να απλοποιηθεί το κλάσμα: $A = \dfrac{(\alpha - 1) \cdot x^2 - (\alpha^2 + \alpha - 1) \cdot x + \alpha \cdot (\alpha + 1)}{\alpha \cdot x^2 - (\alpha^2 + 2 \cdot \alpha - 1) \cdot x + (\alpha - 1)}$

Στην συνεχεία να βρείτε το x ώστε A = 1.

36).Να λυθούν οι εξισώσεις:

α). $\sqrt{2} \cdot x^2 + (1 - 2 \cdot \sqrt{2}) \cdot x + 2 = 0$ β). $2 \cdot x^2 + \sqrt{3} \cdot x - \sqrt{3} = 0$

γ). $\sqrt{2} \cdot x^2 + 3 \cdot x - 2 \cdot \sqrt{2} = 0$ δ). $x - 1 = \sqrt{x} + 1$

37).Να προσδιορίσετε το $\lambda \in R$, ώστε οι ρίζες της εξίσωσης $(\lambda + 1) \cdot x^2 - 2 \cdot (\lambda + 2) \cdot x + \lambda - 3 = 0$.
όπου $\lambda \neq -1$. Να ικανοποιούν την σχέση $(4 \cdot x_1 + 1) \cdot (4 \cdot x_2 + 1) = 18$.

38).Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - \lambda x - \lambda = 0$, $\lambda \neq 0$.Να σχηματίσετε την εξίσωση 2ου Βαθμού
που να έχει ρίζες τους αριθμούς $\rho_1 = x_1 + \dfrac{1}{x_1}$ και $\rho_2 = x_2 + \dfrac{1}{x_2}$

40).Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης ώστε η μια ρίζα της να είναι διπλάσια της άλλης
$x^2 - (2\lambda - 3) \cdot x + (\lambda - 1) = 0$.

41).Να βρείτε τα λ 0ε R ώστε οι εξισώσεις να έχουν ίσες ρίζες.

$\rightarrow x^2 - 2 \cdot (\lambda - 3) \cdot x + (\lambda^2 - 16 \cdot \lambda + 9) = 0$ $\rightarrow \lambda \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot (\lambda - 4) \cdot x + (\lambda^2 + 16 \cdot \lambda + 2) = 0$.

42).Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση: $(\alpha + 1) \cdot x^2 - (2\alpha + 3) \cdot x + \alpha + 2 = 0$, έχει πάντα λύσεις
πραγματικές
και άνισες.

43).Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - x + (\lambda - 1) = 0$. Να βρεθεί το $\lambda \in R$, ώστε να ισχύει η
σχέση $3 \cdot x_1^2 + 8 \cdot x_1^2 \cdot x_2 + 8 \cdot x_1 \cdot x_2^2 + 3 \cdot x_2^2 = 92$.

44).Να βρεθεί το $\lambda \in R$, ώστε η εξίσωση $(2\lambda + 1) \cdot x + 3 \cdot (\lambda - 1) \cdot x - \lambda + 1 = 0$. Να έχει διπλή ρίζα.

45).Να απλοποιηθεί το κλάσμα: $A = \dfrac{x^4 + 3 \cdot x^2 - 4}{x^4 + x^2 - 2}$.

46).Να βρεθεί $\lambda \in R$. ώστε ο αριθμός 1 να είναι μεταξύ των ριζών του τριώνυμου

$f(x) = (\lambda - 3)\cdot x^2 + 2\cdot(\lambda - 2)\cdot x + \lambda - 4$ όπου $\lambda > 3$.

47).Χωρίς να χρησιμοποιηθεί η διακινούσα δείξτε ότι το τριώνυμο.
$f(x) = (x + 1)\cdot(x - 2) + (x + 1)\cdot(x - 3) + (x - 2)(x - 3)$. έχει ρίζες άνισες και πραγματικές.

48).Αν ρ_1, ρ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $\rho^2 - 3\cdot\rho - 2 = 0$ Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{cases} (\rho_1+\rho_2)\cdot\omega - (\rho_1\cdot\rho_2)\cdot\phi = 5 \\ \left(\dfrac{\rho_1}{\rho_2}+\dfrac{\rho_2}{\rho_1}\right)\cdot\omega + \dfrac{\rho_1^2+\rho_2^2}{2}\cdot\phi = 0 \end{cases}$$

49).Έστω ρ_1, ρ_2 ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3000\cdot\lambda\cdot x + \lambda = 0$ με $\lambda \in (0, 3)$
δείξτε ότι $\dfrac{\rho_1}{\rho_2} + \dfrac{\rho_2}{\rho_1} > 1000$.

50).Αν για κάθε $x \in R$ ισχύει ότι $8x^2 + \kappa\cdot(1 - x) > 7 - x$. Να δειχθεί ότι $3 < \sqrt{\kappa} < 5$

51).Να βρεθούν ο αριθμοί x, y που ικανοποιούν την εξίσωση : $x^2 + y^2 = 4\cdot x + 3\cdot y$.

52).Να βρείτε ποιο από όλα τα ορθογώνια τρίγωνα με άθροισμα κάθετων πλευρών σταθερό. Έχει το μέγιστο εμβαδόν το οποίο και να προσδιορίσετε.

53).Να βρείτε ποιο από όλα τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με την ίδια περίμετρο, Έχει το μέγιστο εμβαδόν το οποίο και να το προσδιορίσετε.

54).Να βρεθούν οι πλευρές ορθογωνίου παραλληλόγραμμου με εμβαδόν $E = 120\ m^2$ και διαγώνιο $\delta = 17$ μ.

55).Το γινόμενο θετικών αριθμών είναι σταθερό . Να δειχθεί ότι το άθροισμα τους γίνετε ελάχιστο όταν οι αριθμοί αυτοί είναι ίσοι.

56).Το άθροισμα θετικών αριθμών είναι σταθερό . Να δειχθεί ότι το γινόμενο τους γίνετε μέγιστο όταν οι αριθμοί αυτοί είναι ίσοι.

57).Αν η εξίσωση: $(1 + \sigma\upsilon\nu\theta)\cdot x^2 - (1 + \sigma\upsilon\nu^2\theta)\cdot x + (1 - \sigma\upsilon\nu\theta)\cdot\sigma\upsilon\nu\theta = 0$. Έχει δυο ρίζες ρ_1, ρ_2.
Να δειχθεί ότι : $\rho_1 + \rho_2 + \rho_1\cdot\rho_2 = 1$

58).Αν συνx + ημx = $\sqrt{2}$, υπολογίστε την παράσταση συνx – ημx

59).Να λυθούν τα συστήματα ανισωσεων:

α). $\begin{cases} x + y \succ 1 \\ y - x \le 1 \end{cases}$ β). $\begin{cases} 2\cdot x - y \succ 2 \\ y \le x \end{cases}$

60).Δίδετε η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$,η οποία Έχει δυο ρίζες που η πρώτη είναι το τετράγωνο της δεύτερης. Να δειχθεί ότι : $\beta = \gamma\cdot\alpha\cdot(3\cdot\beta - \gamma - \alpha)$.